

1. Übung zur Vorlesung “Algorithmische Phylogenetik”

Sebastian Böcker, Markus Fleischauer

Aufgabe 1 (Anzahl gewurzelter binärer Bäume) (5 Punkte) Bestimmen Sie die Anzahl R_n verschiedener gewurzelter binärer Phylogenien mit n Taxa. *Hinweis:* Erinnern Sie sich an die Herleitung für ungewurzelte Bäume aus der Vorlesung.

Aufgabe 2 (Bäume mit Multifurkationen) (5 Punkte) Zeichnen Sie alle ungewurzelten Baumtopologien für fünf Blätter (A,B,C,D,E); beachten Sie, dass die Bäume nicht notwendig binär sein müssen. Wie viele Topologien gibt es? Nennen Sie zwei Topologien *benachbart*, wenn die eine aus der anderen durch Kontraktion genau einer Kante hervorgeht. Zeichnen Sie den Nachbarschaftsgraphen der Topologien. Mathematisch handelt es sich hierbei um einen *Verband*.

Aufgabe 3 (Charakterisierung von Bäumen) (5 Punkte) Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen.

1. G ist ein Baum, d.h., zusammenhängend und azyklisch.
2. G ist minimal zusammenhängend, d.h., G ist nach Entfernen einer beliebigen Kante nicht mehr zusammenhängend.

Aufgabe 4 (Graphentheorie) (Bonusaufgabe) Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph.

1. Beweisen Sie, dass die Anzahl der Knoten mit ungeradem Grad gerade ist. (Es ist gewissermaßen der einfachste Satz der Graphentheorie.)
2. Sei $|V| \geq 2$. Zeigen Sie, dass es in G mindestens zwei Knoten mit dem gleichen Grad gibt.