

# Graphen

- Ein (ungerichteter) Graph  
 $G = (V, E)$  besteht aus einer Menge Vertices  $V$  und einer Menge Kanten (edges)
 
$$E \subseteq \binom{V}{2} = \{ \{u, v\} : u, v \in V, u \neq v \}.$$
- Eine Kante  $e = \{u, v\}$  ist inzident zu den Vertices  $u, v \in V$ . Die Vertices  $u, v$  heißen dann adjazent.
- Der Grad (degree) eines Vertex  $v$  ist die Anzahl von inzidenten Kanten,
 
$$\deg(v) = \# \{ e \in E : v \in e \}.$$

## Graphen (cont.)

- Ein **Pfad** (path)  $p = v_0 \dots v_n$  in  $G$  ist eine Sequenz von Vertices  $v_0, \dots, v_n$ , so dass  $\{v_{i-1}, v_i\}$  eine Kante von  $G$  ist für  $i=1, \dots, n$ . Die **Länge** dieses Pfades  $p$  ist  $n$ .
- Zwei Vertices  $u, v$  in  $G$  heißen **zusammenhängend** (connected), falls ein Pfad in  $G$  existiert, der in  $u$  beginnt und in  $v$  endet.
- $G$  heißt **zusammenhängend** (zsghd.) falls alle Vertices  $u, v$  in  $G$  zsghd. sind.

## Gerichtete Graphen

- Ein gerichteter Graph (oder Di-Graph)

$G = (V, E)$  wie oben, aber

$$E \subseteq V \times V = \{(u, v) : u, v \in V\}$$

- Kanten  $(u, u)$  heißen Schleife

- Der Ein(gangs)-Grad eines Vertex  $v$  ist die Anzahl der Kanten nach  $v$ ,

$$\text{indeg}(v) = \#\{e \in E : e = (u, v) \text{ für ein } u \in V\}$$

- Der Aus(gangs)-Grad entsprechend

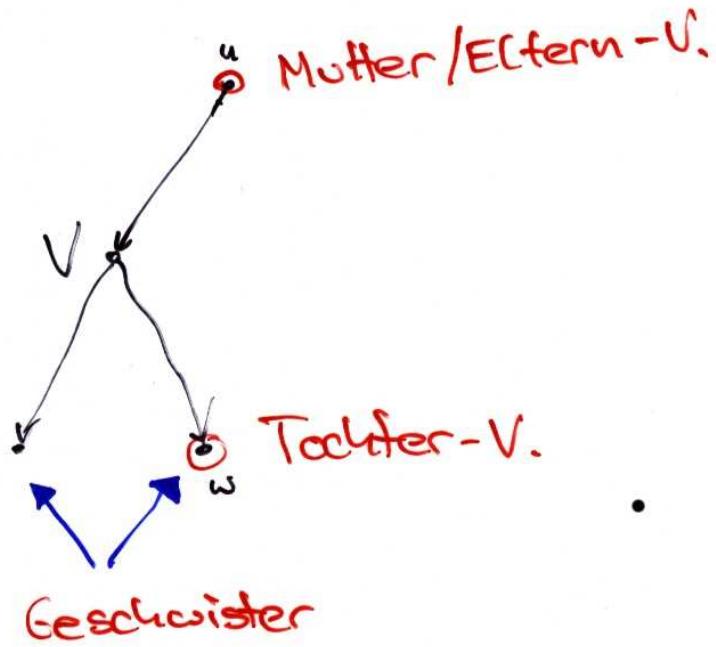
- Gerichteter Pfad  $p = u_0 \dots u_n$  mit  
 $(u_{i-1}, u_i) \in E$

- Ein einfacher Pfad ist ein Pfad, bei dem alle Vertices (außer evtl. dem ersten und letzten) verschieden sind.
- Ein Kreis (circle) ist ein Pfad  $P = u_0 \dots u_n$  mit  $u_0 = u_n$ .
- Ein einfacher Kreis ist ein Kreis und einfacher Pfad der Länge  $\geq 3$ .
- Ein Graph heißt **kreisfrei** oder **azyklisch** (acyclic) wenn in ihm keine einfachen Kreise existieren.

- Ein gewichteter Graph (weighted graph) besteht aus einem Graphen  $G = (V, E)$  und einem Kanten-Gewicht  $w: E \rightarrow \mathbb{R}$ .
- Die Länge eines Pfades in einem gewichteten Graphen ist (auch) die Summe der Gewichte der Kanten.
- Falls die Ecken od. Kanten mit nicht-numerischen Labels (Beschriftungen) versehen sind, heißt der Graph ge-label-ter Graph.

# Bäume

- **Baum**: zusammenhängender, azyklischer Graph
- **Blatt**: Vertex von Grad eins, Rest innere V.
- **voll aufgelöst**: alle inneren Vertices Grad 3
- **Wurzelbaum**: Baum  $T = (V, E)$  plus Wurzel  $r \in V$



$u$  ist Vorfahre von  $w$

**Tiefe**: max. Länge Pfad von der Wurzel

# Stammbäume für Spezies vs. Stammbäume für Gene

