

# Graphen

- Ein (ungerichteter) **Graph**  $G = (V, E)$  besteht aus einer Menge **Vertices**  $V$  und einer Menge **Kanten** (edges)

$$E \subseteq \binom{V}{2} = \{ \{u, v\} : u, v \in V, u \neq v \}.$$

- Eine Kante  $e = \{u, v\}$  ist **inzident** zu den Vertices  $u, v \in V$ . Die Vertices  $u, v$  heißen dann **adjazent**.
- Der **Grad** (degree) eines Vertex  $v$  ist die Anzahl von inzidenten Kanten,
 
$$\text{deg}(v) = \# \{ e \in E : v \in e \}.$$

## Graphen (cont.)

- Ein **Pfad** (path)  $p = v_0 \dots v_n$  in  $G$  ist eine Sequenz von Vertices  $v_0, \dots, v_n$ , so dass  $\{v_{i-1}, v_i\}$  eine Kante von  $G$  ist für  $i = 1, \dots, n$ . Die **Länge** dieses Pfades  $p$  ist  $n$ .
- Zwei Vertices  $u, v$  in  $G$  heißen **zusammenhängend** (connected), falls ein Pfad in  $G$  existiert, der in  $u$  beginnt und in  $v$  endet.
- $G$  heißt **zusammenhängend** (zsghd.) falls alle Vertices  $u, v$  in  $G$  zsghd. sind.

## Gerichtete Graphen

- Ein **gerichteter Graph** (oder **Di-Graph**)

$G = (V, E)$  wie oben, aber

$$E \subseteq V \times V = \{(u, v) : u, v \in V\}$$

- Kanten  $(u, u)$  heißen **Schleife**

- Der **Ein(gangs)-Grad** eines Vertex  $v$  ist die Anzahl der Kanten nach  $v$ ,

$$\text{indeg}(v) = \#\{e \in E : e = (u, v) \text{ f\"ur ein } u \in V\}$$

- Der **Aus(gangs)-Grad** entsprechend

- **Gerichteter Pfad**  $p = u_0 \dots u_n$  mit

$$(u_{i-1}, u_i) \in E$$



• Ein **einfacher** Pfad ist ein Pfad, bei dem alle Vertices (außer evtl. dem ersten und letzten) verschieden sind.

• Ein **Kreis** (circle) ist ein Pfad  $p = u_0 \dots u_n$  mit  $u_0 = u_n$ .

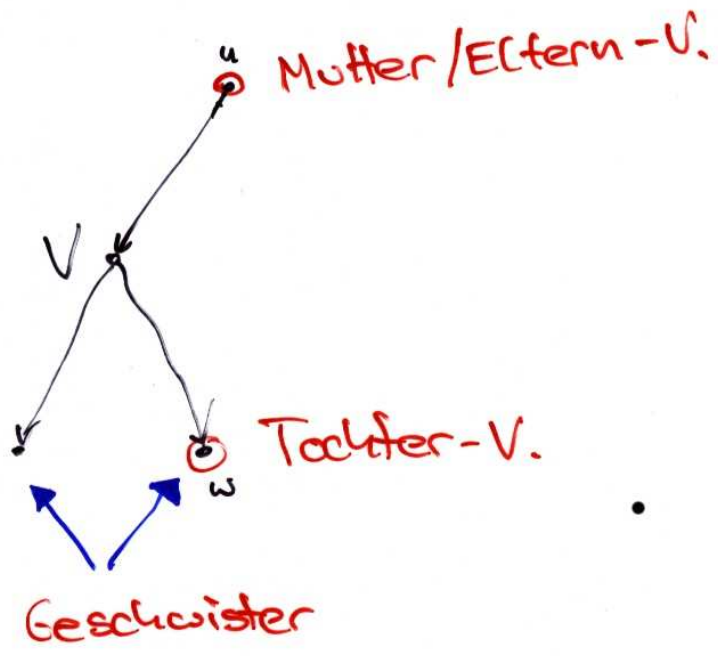
• Ein **einfacher Kreis** ist ein Kreis und einfacher Pfad der Länge  $\geq 3$ .

• Ein Graph heißt **kreisfrei** oder **azyklisch** (acyclic) wenn in ihm keine einfachen Kreise existieren.

- Ein **gewichteter Graph** (weighted graph) besteht aus einem Graphen  $G = (V, E)$  und einem Kanten-Gewicht  $w: E \rightarrow \mathbb{R}$ .
- Die **Länge** eines Pfades in einem gewichteten Graphen ist (auch) die Summe der Gewichte der Kanten.
- Falls die Ecken od. Kanten mit nicht-numerische **Labels** (Beschriftungen) versehen sind, heißt der Graph **ge-label-ter Graph**.

# Bäume

- **Baum**: zusammenhängender, azyklischer Graph
- **Blatt**: Vertex von Grad eins, Rest **innere V.**
- **voll aufgelöst**: alle inneren Vertices Grad 3
- **Wurzelbaum**: Baum  $T=(V,E)$  plus Wurzel  $r \in V$



$u$  ist **Vorfahre** von  $w$

**Tiefe**: max. Länge Pfad von der Wurzel