

# 4. Übung zur Vorlesung “Einführung in die Bioinformatik I, 1. Teil”

Wintersemester 2016/2017

Prof. Sebastian Böcker, Marcus Ludwig, Emanuel Barth, Maximilian Collatz

Ausgabe: 16. November 2015,  
Abgabe: 23. November 2015 zu Beginn der Übung

## Landau-Symbole

**Aufgabe 1 (5 Punkte):** Vergleichen Sie jeweils mit Hilfe von Landau-Symbolen:  $\log \log n$  und  $\log^2 n$ ,  $\log n$  und  $\sqrt{n}$ ,  $\sum_{i=1}^n i$  und  $(14 \log n + \frac{n}{4})^2$ ,  $2 + \sin n$  und  $1$ ,  $\frac{1}{n}$  und  $\frac{1}{\log n}$ . Wählen Sie immer das aussagekräftigste Symbol!

## Z-Algorithmus

**Aufgabe 2 (8 Punkte):** Berechnen Sie für die Strings `ababcaab`, `abbababbac` und `aabcadaaab` jeweils die Werte  $Z_i$ ,  $l_i$  und  $r_i$ . Beschreiben Sie dabei die Arbeitsweise des Z-Algorithmus für die drei Strings:

- Beschreiben Sie, was der Algorithmus in jedem Schleifendurchlauf (für jeden Wert von  $k$ ) tut.
- Zählen Sie für jeden String die Anzahl von Matches und Mismatches (Buchstabenvergleiche!).

**Aufgabe 3 (2 Punkte):** Wenn  $Z_2 = q > 0$ , welche Werte haben dann  $Z_3, Z_4, \dots, Z_{q+2}$ ?

**Aufgabe 4 (5 Punkte):** In Fall 2 des Z-Algorithmus gibt es eigentlich drei Unterfälle:  $Z_{k'} < |\beta|$ ,  $Z_{k'} = |\beta|$  und  $Z_{k'} > |\beta|$ . Begründen Sie, warum aus  $Z_{k'} > |\beta|$  folgt, dass  $Z_k = |\beta|$ .

**Bonusaufgabe (3 Punkte):** Betrachten Sie folgendes Problem:

EINGABE: Zwei Strings  $s$  und  $t$  der Länge  $n$ , eine natürliche Zahl  $k > 0$

AUSGABE: Die Anzahl identischer Positionen<sup>1</sup> in jedem Paar  $(s', t')$ , wobei  $s'$  ein Substring der Länge  $k$  von  $s$  und  $t'$  ein Substring der Länge  $k$  von  $t$  ist.

Der naive Algorithmus für dieses Problem hat eine Laufzeit von  $O(k \cdot n^2)$ . Finden Sie einen Algorithmus mit einer Laufzeit von  $O(n^2)$ , und begründen Sie dessen Korrektheit und Laufzeit.

---

<sup>1</sup>Beispiel: In `abcde` und `abdba` sind die erste, die zweite und die vierte, insgesamt also drei Positionen identisch.