

# 1. Übung zur Vorlesung “Algorithmische Phylogenetik”

Sebastian Böcker, Markus Fleischauer

Abgabe: 26.10.2016 oder bis 28.10.2016 in EAP R3425

**Aufgabe 1 (Anzahl gewurzelter binärer Bäume)** (5 Punkte) Bestimmen Sie die Anzahl  $R_n$  verschiedener gewurzelter binärer Phylogenien mit  $n$  Taxa. *Hinweis:* Erinnern Sie sich an die Herleitung für ungewurzelte Bäume aus der Vorlesung.

**Aufgabe 2 (Bäume mit Multifurkationen)** (5 Punkte) Zeichnen Sie alle ungewurzelten Baumtopologien für fünf Blätter (A,B,C,D,E); beachten Sie, dass die Bäume nicht notwendig binär sein müssen. Wie viele Topologien gibt es? Nennen Sie zwei Topologien *benachbart*, wenn die eine aus der anderen durch Kontraktion genau einer Kante hervorgeht. Zeichnen Sie den Nachbarschaftsgraphen der Topologien. Mathematisch handelt es sich hierbei um einen *Verband*.

**Aufgabe 3 (Charakterisierung von Bäumen)** (5 Punkte) Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph. Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen.

1.  $G$  ist ein Baum, d.h., zusammenhängend und azyklisch.
2.  $G$  ist minimal zusammenhängend, d.h.,  $G$  ist nach Entfernen einer beliebigen Kante nicht mehr zusammenhängend.

**Aufgabe 4 (Graphentheorie)** (Bonusaufgabe) Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph.

1. Beweisen Sie, dass die Anzahl der Knoten mit ungeradem Grad gerade ist. (Es ist gewissermaßen der einfachste Satz der Graphentheorie.)
2. Sei  $|V| \geq 2$ . Zeigen Sie, dass es in  $G$  mindestens zwei Knoten mit dem gleichen Grad gibt.