

1. Übung zur Vorlesung “Algorithmische Phylogenetik”

Sebastian Böcker, Markus Fleischauer

Aufgabe 1 (Anzahl gewurzelter binärer Bäume) (5 Punkte) Bestimmen Sie die Anzahl R_n verschiedener gewurzelter binärer Phylogenien mit n Taxa. *Hinweis:* Erinnern Sie sich an die Herleitung für ungewurzelte Bäume aus der Vorlesung.

Aufgabe 2 (Bäume mit Multifurkationen) (5 Punkte)

1. Zeichnen Sie alle ungewurzelten Baumtopologien für fünf Blätter (A,B,C,D,E); beachten Sie, dass die Bäume nicht notwendig binär sein müssen. Wie viele Topologien gibt es?
2. Nennen Sie zwei Topologien *benachbart*, wenn die eine aus der anderen durch Kontraktion genau einer Kante hervorgeht. Sei der Nachbarschaftsgraph genau der ungerichtete Graph, der für jede o.g. Topologie einen Knoten enthält und alle Knoten von benachbarten Topologien mit einer Kante verbindet. Mathematisch handelt es sich hierbei um einen *Verband*. Zeichnen Sie diesen Graphen fuer einen (sinnvollen) Teil der o.g. Topologien. Wie viele Kanten hat der komplette Graph (für alle o.g. Topologien)?

Aufgabe 3 (Charakterisierung von Bäumen) (5 Punkte) Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen.

1. G ist ein Baum, d.h., zusammenhängend und azyklisch.
2. G ist minimal zusammenhängend, d.h., G ist nach Entfernen einer beliebigen Kante nicht mehr zusammenhängend.

Aufgabe 4 (Graphentheorie) (Bonusaufgabe) Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph.

1. Beweisen Sie, dass die Anzahl der Knoten mit ungeradem Grad gerade ist. (Es ist gewissermaßen der einfachste Satz der Graphentheorie.)
2. Sei $|V| \geq 2$. Zeigen Sie, dass es in G mindestens zwei Knoten mit dem gleichen Grad gibt.