

# 4. Übung zur Vorlesung “Algorithmische Massenspektrometrie”

Wintersemester 2019/2020

Sebastian Böcker, Kai Dührkop

Ausgabe: 25. November 2020, Abgabe: 01. Dezember 2020

1. **Minimum-Coin-Changing-Problem:** Gegeben sei ein beliebiges Alphabet von Münzwerten  $\Sigma = \{a_1 < a_2 < \dots < a_k\}$  sowie ein Geldbetrag  $\mathcal{M}$ . Gesucht sei die minimale Anzahl an Münzen, die summiert den Geldwert  $M$  ergeben.

- (a) Angenommen, wir haben den folgenden Algorithmus zur Lösung dieses Problems gefunden:

```
MINIMUM_COIN_CHANGING(  $\Sigma = \{a_1 < a_2 < \dots < a_k\}$ ,  $\mathcal{M}$  )
   $(c_1, \dots, c_k) = (0, \dots, 0)$ 
   $r \leftarrow \mathcal{M}$ 
  FOR  $i \leftarrow k$  DOWNTO 1
     $c_i \leftarrow r / a_i$ 
     $r \leftarrow r - c_i \cdot a_i$ 
  END FOR;
  IF  $(\sum_{i=1}^k c_i \cdot a_i = \mathcal{M})$  THEN
    RETURN  $\sum_{i=1}^k c_i$ 
  END IF;
END.
```

- Beweisen Sie, dass der obige Algorithmus nicht für jede Instanz des Minimum-Coin-Changing-Problems eine richtige Lösung liefert.
- Wie nennt man den Ansatz, der im obigen Algorithmus verwendet wird?
- Gibt es Alphabete, für die der obige Algorithmus immer exakte Ergebnisse liefert? Nennen Sie ein Beispiel.

(4 Punkte)

- (b) Geben Sie einen Algorithmus an (es genügen Rekurrenz und Initialisierung einer DP), der das Problem exakt löst. Der Speicherverbrauch ihres Algorithmus sollte in  $O(M)$  liegen. Hinweis: Gesucht ist lediglich die Anzahl an Münzen, nicht die genaue Zusammensetzung des Wechselgeldes.

(3 Punkte)

- (c) Wie würde die DP (Rekurrenz und Initialisierung) aussehen, wenn Sie nicht die Anzahl der Comomere, sondern die Anzahl der Strings mit Masse  $M$  suchen?

(3 Punkte)

(d) Warum ist eine Laufzeit von  $O(M \cdot k)$  *inakzeptabel*? Erläutern Sie kurz, warum die Laufzeit der beiden DPs nicht polynomiell ist.

(2 Punkte)

2. **Compomere aufzählen:** Gegeben sei das Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  mit den Gewichten  $\mu(a) = 3$ ,  $\mu(b) = 4$  und  $\mu(c) = 6$ . Berechnen Sie die Anzahl aller Compomere über diesem Alphabet, welche die Masse  $\mathcal{M} = 15$  zerlegen. Nutzen Sie dafür dynamische Programmierung. Geben Sie die DP Tabelle an und zählen Sie (per Backtracking) alle Compomere ihrer Lösung auf.

(5 Punkte)